3次元一意解析可能アレイ文法による図形の生成と認識について (計算機科学の基礎理論 : 21世紀の計算パラダイムを目指して)

AUTHOR(S):

松田, 行雄; 森田, 憲一; 岩本, 宙造; 今井, 克暢

CITATION:

松田, 行雄 ...[et al]. 3次元一意解析可能アレイ文法による図形の生成と認識について (計算機科学の基礎理論 : 21世紀の計算パラダイムを目指して). 数理解析研究所講究録 2000, 1148: 35-40

ISSUE DATE:

2000-04

URL:

http://hdl.handle.net/2433/64018

数理解析研究所講究録
1148巻 2000年 35-40

3次元一意解析可能アレイ文法による図形の生成と認識について

松田 行雄, 森田 憲一, 岩本 宙造, 今井 克暢
広島大学工学部
Yukio Matsuda,Kenichi Morita,Chuzo Iwamoto,Katsunobu Imai
Hiroshima Univ. Faculty of Engineering
{matsuda, morita, iwamoto, imai}@ke.sys.hiroshima-u.ac.jp

1 はじめに

近年におけるコンピュータの画像処理能力の飛躍的な発展に伴い、デジタル図形処理の手法の一つとして2次元等形アレイ文法が広く研究されている。2次元等形アレイ文法においては図形データは2次元配列の形をとり、その配列を書き換え規則に従って書き換えていくことにより、2次元図形の生成を行う。

さらに、ここにきて3次元グラフィックスを扱う機会も多くなってきており、3次元等形アレイ文法を用いた3次元デジタル図形の処理に関する研究もP.S.P.Wang[1]によって始められている。3次元等形アレイ文法は、3次元配列上のさまざまなデジタル図形の生成・認識手段として利用しうる。

しかし、3次元等形アレイ文法においては図形や規則の構造も3次元的となり、その設計は難しい。そのためシミュレーションツールの開発が不可欠であると考えている。

そこで、本研究では、3次元等形アレイ文法のシミュレータを開発するとともに、そのシミュレータを用いて種々の図形の生成及び認識を行う文法を構成することを目的とする。

具体的には、

- 3次元等形アレイ文法のシミュレータの実装
- 直方体を生成する文脈自由等形アレイ文法の設計
- 直方体を生成・認識する一意解析可能アレイ文法の設計
- 立方体を生成・認識する一意解析可能アレイ文法の設計
- 2次元単調一意解析可能アレイ文法の3次元への拡張

などを行った。

また、等形アレイ文法においては2次元正規等形アレイ文法であっても効率的な解析アルゴリズムは存在しないことが知られている。そこで、森田ら[3]による一意解析可能アレイ文法を3次元にも応用することで効率的に認識を行うことができるようにした。

2 諸定義

2.1 等形アレイ文法

定義 2.1 **等形アレイ文法**は次のように定義される。

$$G = (V, T, P, S, \#)$$

V:非終端記号の有限集合
T:終端記号の有限集合
P:書き換え規則 $(\alpha \rightarrow \beta)$ の有限集合
S:開始記号 $(S \in V)$
$\#$:空白記号 $(\# \notin V \cup T)$

但し、P 中のそれぞれの書き換え規則の両辺は連結かつ互いに幾何的に同形であるとし、$V \cap T = \phi$ とする。
2次元の場合は、書き換え規則 P における両辺と書き換えの対象となる配列が2次元的になり、3次元の場合は3次元的になる。

2.2 文脈自由、単調アレイ文法

定義 2.2 等形アレイ文法が以下の制約を満たすとき、**文脈自由**であるという。

- 書き換え規則の左辺は非終端記号の有限集合 V に含まれる記号一つと幾つかの空白記号 $\#$ からなる
- 書き換え規則の右辺は空白記号 $\#$ を含まない

定義 2.3 アレイ文法が以下の条件を満たすとき、**単調**であるという。

- 全ての書き換え規則は空白記号 $\#$ 以外の記号を空白記号 $\#$ に書き換えることがない

2.3 一意解析可能アレイ文法

定義 2.4 等形アレイ文法が以下の制約を満たすとき、**一意解析可能**であるといい、このような制約を満たすアレイ文法を**一意解析可能アレイ文法**と呼ぶ。

- P の中の書き換え規則の右辺は開始記号 S と空白記号 # 以外の記号を含む
- 二つの P の中の書き換え規則の右辺には *context portion* 以外に重なる部分はない

P の中のある規則 r_1 の context portion とはその規則の中の書きかえられない部分のことであり、書き換えられる部分は rewritten portion と呼ぶ。書き換え規則を $r_1 = (\alpha \rightarrow \beta)$ とするときに β の中の記号のうち書きかえられている部分と他の規則の右辺が重ならないということが条件となっている。

3 3次元等形アレイ文法のシミュレータの開発

3次元等形アレイ文法においては、規則や生成された図形の構造が大変複雑となり、直感的な把握が難しい。そのために、規則の設計及び規則を適用して記号配列を書き換えていくことは大変な労力を要する作業となっており、複雑な規則を扱うにはシミュレータが不可欠である。そこで、本研究においては3次元等形アレイ文法を扱うシミュレータの開発を行った。

また、3次元配列を扱うシミュレータは等形アレイ文法以外の分野でも必要とされているものと思われ、それらの開発に利用されることを考えて、本研究では3次元配列を画面に表示し、自由に視点を変更することのできるクラスの提供もあわせて行った。

プログラムはリスト操作に適したオブジェクト指向言語である Macintosh Common Lisp 上で開発を行い、3次元グラフィックス表示用 API として Quick Draw 3D を用いた。

以下にシミュレータの主要な機能を列挙する。

- 3次元配列の中身を表示し、自由に視点を変更 (図 1)
- 選択された規則を指定した位置に適用
- 選択された規則の適用可能個所を列挙
- 指定された場所に適用可能な規則を列挙
- 配列全体のどこかに適用可能な規則と適用可能位置を列挙
- 配列の手作業での書き換え
- 履歴を利用した規則の逆適用
- 規則の作成支援
- 配列構造や規則のファイルへの保存
- 一意解析可能文法の条件を満たすかどうかの判定

このシミュレータを利用して3次元配列の中身を表示 (図 1) し、自由に視点変更を行うことができるほか、3次元的なカーソルを用いて指定した位置に規則の正・逆適用を行うこと、規則の適用可能個所の列挙、指定位置に適用可能な規則を列挙するなどの機能が実装されている。また、一意解析可能文法となるための条件を満たすかどうかを判定することも可能となっている。

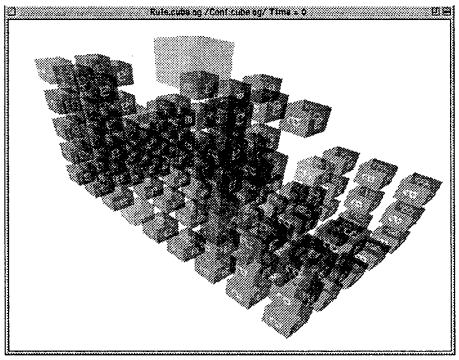


図 1: シミュレータ実行画面

4 3次元等形文脈自由アレイ文法による直方体の生成

本研究において開発したシミュレータ上で、直方体を生成することのできる文脈自由等形アレイ文法を設計した。その際には山本ら [2] による長方形を生成する2次元等形文脈自由アレイ文法 $G_R = (V, T, P, S, \#)$ をもとに規則を構成した (付録 A)。

G_R ではまず記号を横方向に書いてゆき、さらにそれらの記号から下方向に記号を書いていく (図 2)。

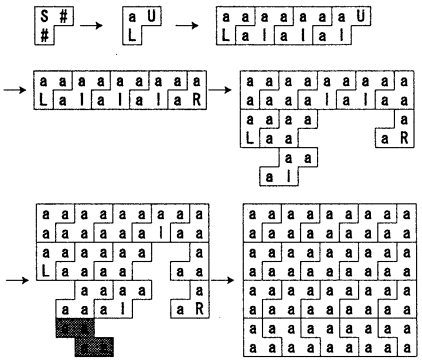


図 2: 長方形の生成

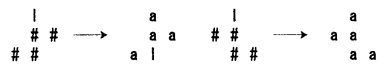


図 3: 下に記号を書く規則と停止させる規則

下方向に記号を書くときには図3の左側の規則が適用されるが、この規則と下に記号を書くことを停止させる規則 (図3の右側の規則) は形状が異なっている。文脈自由という制約の下でも、空白の形状を参照した書き換えは可能なので、このことを利用して下方向に記号を書いていく書き換えが停止する位置を揃えることができる。このようにして長方形を生成している。

直方体を生成する際には、こうして作られた長方形から手前方向に記号を書いていく (図 4)。この際に手前方向への

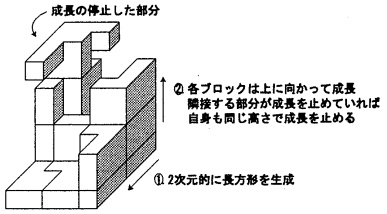


図 4: 直方体の生成

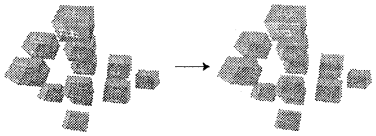


図 5: 書き換えを停止させる規則の例

成長の止まる位置を揃えるために、長方形の生成の際と同様の手法を用いている。この文法では、縦 $3k+6$, 横 $2l+3$, 高さ $2m+1(k,l,m=0,1,2\ldots)$ の直方体を生成することができる。また、109 個の非終端記号を用いれば、任意の大きさの直方体を生成することが可能である。

5 立ち上げ図形を認識可能な 3 次元一意解析可能アレイ文法の構成法

一意解析可能文法には、効率的な解析が可能というメリットがあるが、一般に 3 次元一意解析可能アレイ文法を構成することは容易ではない。3 次元では空間の自由度が高く、規則右辺の rewritten portion が他の規則の右辺と重なってしまうパターンが数多く発生するためである。

しかし、2 次元単調一意解析可能等形アレイ文法によって生成される図形からの立ち上げ図形を生成する 3 次元単調一意解析可能等形アレイ文法については構成する方法を見つけることができた。

ここでいう立ち上げ図形とは図 6 のように、2 次元的な図形の各記号から上方向に等距離だけ伸張させることによって得られる図形である。立ち上げ図形を認識する文法は、

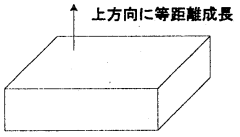


図 6: 立ち上げ図形

立ち上げ図形のもととなる 2 次元図形が 2 次元単調一意解析可能アレイ文法 $G_{2D}=(V_{2D},T,P_{2D},S,\#)$ によって生成可能ならば、3 次元等形単調一意解析可能アレイ文法 $G_{3D}=(V_{3D},T,P_{3D},S,\#)$ によって実現可能であることが本研究において明らかとなった。

G_{3D} は次のように構成する。

1. $A\notin V_{2D}$ である A を V_{2D} に加えたものを V_{3D} とする
2. P_{3D} に開始記号 S を A に変える規則と A を上に成長させる規則を追加
3. P_{2D} 中の規則それぞれについて両辺の開始記号 S を全て A に変えた上で次の処理を行う
   (a) P_{2D} 中の規則 r_n の左辺を縦に 2 つ重ねてその下に r_n の右辺をつけたものを左辺とし、r_n の左辺を縦に 2 つ重ねてその下に r_n の右辺をつけたものを右辺とした規則を P_{3D} に追加
      b1 (a) で追加された規則の最上段を全て空白記号 # に変えた規則を P_{3D} に追加
      b2 (a) で追加された規則の最下段を全て空白記号 # に変えた規則を P_{3D} に追加

2 の際には一意解析可能文法とするために P_{2D} から書き換え際に参照する周囲の空白領域の大きさを決めるが、G_{2D} が単調な文法であればこの規則は有限の大きさで構成可能である。

また、この方法では P_{2D} が生成時に規則の適用が不可能になることのない文法であっても P_{3D} では規則の適用が不可能となる場合が起こりうる。これは、最上面を作るための規則が、最上面以外の場所に適用される場合があるためである。最下面に適用される規則ではこの問題は起こらない。P_{2D} は単調な文法であり、P_{3D} での生成時に最下面以外の面にある記号の直下には必ず空白記号以外の記号があるためである。

操作 b1 によって作られた規則の最上段に次のような条件を満たすように空白記号 # を追加することによって、P_{2D} の規則の適用が不可能になることがあるかという性質を保存したまま立ち上げ図形を生成する文法を構成することができる。

条件 r_n 左辺に含まれる空白記号 # 以外の記号のいずれかについてその真上に初めに空白記号以外の記号を書き込みうる規則の左辺で空白記号以外の記号のある位置の何れかが空白記号 # である

単調な文法であるならば、この条件を満たすように有限の大きさで規則を構成できる。

この文法は次のように動作する。

1. 開始記号 S が A に書き換えられる
2. A を目印にさらに上に A を生成する
3. A から各面を生成

A が各面を生成する規則の開始記号に相当する。この A から各面を生成するが、各面の記号の配列を一番下の面に揃えるために、一番下の面以外は、自分より一つ下の面に規則が適用された後に、それと同じ規則が適用される。

また、各面には上の面が自分と (局所的に) 同じ状態になっていることを条件に書き換えが起こる。これは下の面が何度も書き換えられていると、上の面の書き換えの際に下の面を目印にすることが難しくなるためである。このようにすると、一番下の面に合わせて各面を生成することができる。

この方法で構成された文法が一意解析可能であることを以下のことを使って示した。

- 各規則の右辺の中段及び下段は全て空白記号 # または2次元一意解析可能アレイ文法の右辺 (context portion が他の規則の右辺と重ならない)
- G_{2D} は単調であるから G_{3D} においても各規則の右辺で空白記号 # である部分は rewritten portion でない

一意解析可能アレイ文法であることを示すには規則右辺の rewritten portion が他の規則の右辺と重ならないということを示さなければならない。そのために以下のような場合それぞれについて rewritten portion と他の規則の右辺が重なることはないことを示した。

- 規則の右辺同士を同じ高さで重ねあわせた場合 (図 7)
  - 規則右辺の中段及び下段が 2 次元一意解析可能アレイ文法の右辺

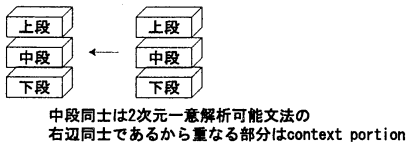


図 7: 同じ高さ同士での重ね合わせ

- 規則の右辺同士を一段ずらして重ね合わせた場合 (図 8)
  - 中段及び下段が 2 次元一意解析可能アレイ文法の右辺
  - 空白記号 # である部分は rewritten portion ではない

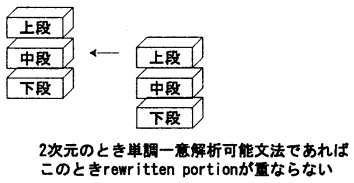


図 8: 一段ずれた重ね合わせ

- 開始記号 S を A に変える規則及び A を上に成長させていく規則は他の規則の rewritten portion と重ならないように構成可能

以上のようなことを示すことによってこの方法で構成された文法が一意解析可能アレイ文法の制約を満たすことを示した。

6 直方体を生成・認識する一意解析可能等形アレイ文法

5 節の構成法を用いて 2 次元において長方形 (縦・横 2 以上) を生成・認識する文法をもとに直方体 (縦・横・高さ 2 以上) を生成・認識する一意解析可能アレイ文法を構成した。

4 節の文法と違ってこの文法は一意解析可能文法であるため効率的な認識が可能である。

7 立方体を生成・認識する一意解析可能アレイ文法

5 節の方法では立ち上げる高さを調節することができないため、立方体のような図形の生成はできない。

しかし、次のような方法をとることで立方体を生成・認識する一意解析可能アレイ文法を構成することができた。

1. 非終端記号からなる正方形を生成
2. 正方形の生成の最後に書き換えられる記号から各面ごとに $n \times (n-1)$ の長方形を生成

この方法で各辺の長さ 4 以上のあらゆる立方体を生成・認識することができる。この文法の規則は付録 B 参照。

8 まとめ

- 3 次元等形アレイ文法のシミュレータの実装
- 直方体を生成する 3 次元文脈自由等形アレイ文法を設計した
- 2 次元単調一意解析可能等形アレイ文法によって認識される図形の立ち上げ図形を認識可能な 3 次元単調一意解析可能等形アレイ文法の構成法を示した
- 直方体を生成・認識する 3 次元一意解析可能等形アレイ文法を設計した
- 立方体を生成・認識する 3 次元一意解析可能等形アレイ文法を設計した

参考文献

[1] P.S.P.Wang : Three-dimensional Sequential/Parallel Universal Array Grammars for Polyhedral Object Pattern Analysis, *Parallel Image Analysis and Processing*, K.Inoue et. al., Series in Machine Perception Artificial Intelligence **15**, World Scientific, 1994.

[2] Y.Yamamoto, K.Morita, K.Sugata : An Isometric Context-Free Array Grammar That Generates Rectangles, *The Transactions of The IECE of Japan*, **E 65**, No.12, December 1982.

[3] K.Morita, Y.Yamamoto : Two-dimensional uniquely parsable isometric array grammars, *Int. J. Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, **6**, 301-313(1992).

付録

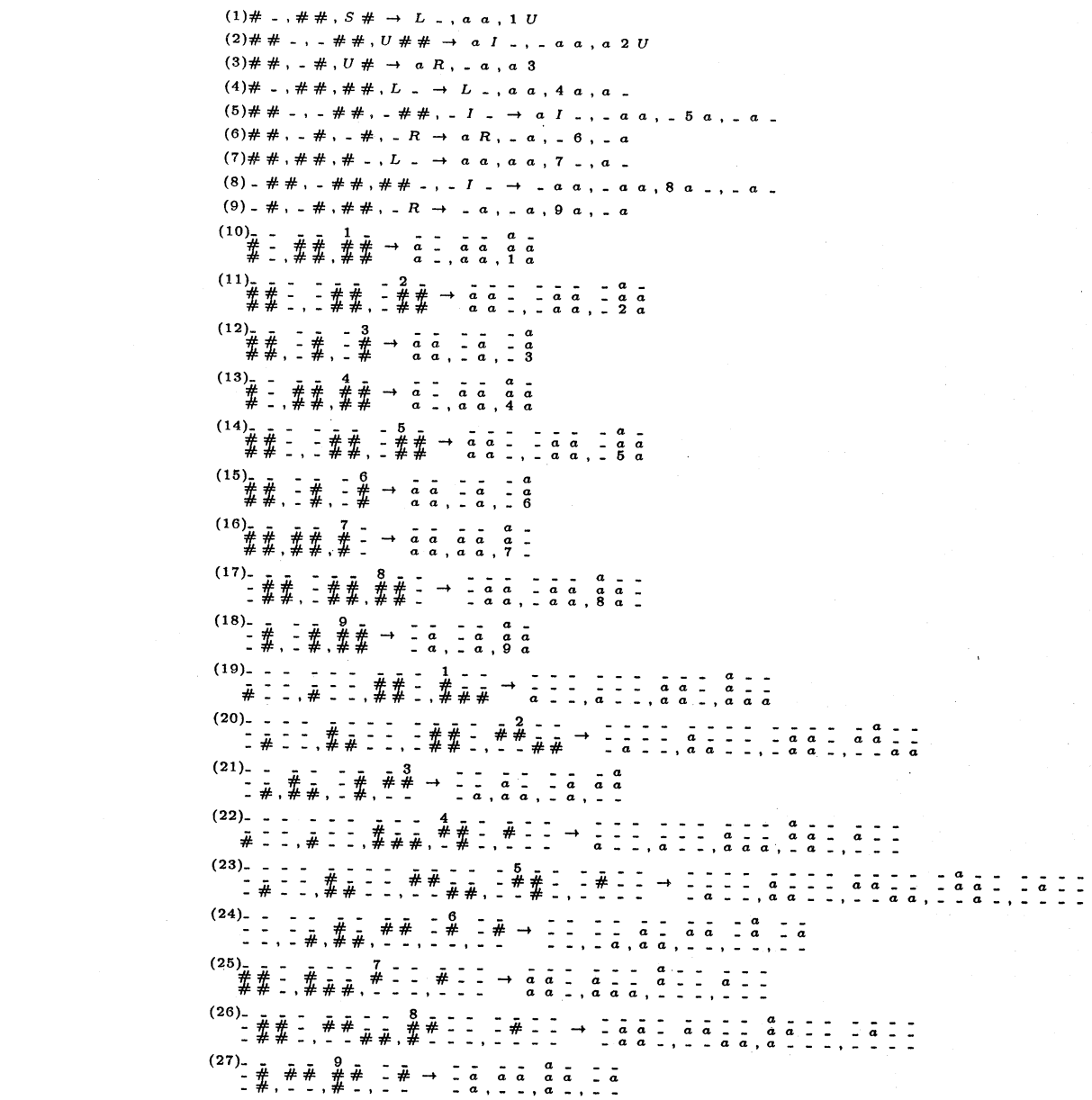
A 直方体を生成する3次元文脈自由等形アレイ文法の書き換え規則

z 座標の小さい面から順に並べたもの。_(アンダーバー) は何もないことを表す。#は空白記号。

$V_S = \{S, U, R, L, I, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$T_S = \{a\}$

P_S は以下の書き換え規則からなる。



B 立方体を生成・認識する3次元一意解析可能アレイ文法の書き換え規則

$V_{cube} = \{S, X, Y, Z, F, A, D, G, E\}$
$T_{cube} = \{a\}$
P_{cube} は以下の書き換え規則からなる。